

# 半導体中のスピン軌道相互作用入門 (その3)

江藤 幹雄

慶應義塾大学 理工学部

本連載はこれが最終回となる。今回は外因性および内因性スピンホール効果を解説し、磁場や磁性体を使わずにスピン注入をおこなう可能性について述べた。通常スピンホール効果はバルクの性質として議論される。しかし半導体の微細加工技術を応用すれば、スピン軌道相互作用を利用してスピン注入を実現する様々な道が拓かれる。今回はまず §4 で、このようなスピン注入ナノデバイスの提案をいくつか紹介する。

スピン軌道相互作用は積極的に利用することでスピン操作に役立つ反面、意図しない形でスピン状態を壊してしまうマイナスの側面も持つ。§5 ではスピン軌道相互作用によるスピン緩和現象について述べる。また最近の話題として、Rashba と Dresselhaus のスピン軌道相互作用の大きさが等しい特別な場合を議論する。このとき特定の伝導方向でスピン緩和が消失するため、拡散領域で動作可能なスピントランジスターへの応用が期待されている。

最後に、本連載の初回で述べた AC 効果の補足説明を補遺に付け加えた。その幾何学的位相の意味に触れる。

## 4 スピン注入ナノデバイス

§3 の最初で述べたように、スピントランジスターにおいて磁性金属から半導体へスピン注入を行なうのは難しい。スピンホール効果のようなバルクの性質をスピン注入に使う以外に、半導体ナノ構造を利用する方法が多くのグループによって提案されている。まだ実験がおこなわれる前の理論研究の段階であるが、興味深いアイデアをいくつか紹介したい。なお、4.1 節以外ではバリスティック領域 (系のサイズが平均自由行程より小さい場合) を考え、不純物散乱は無視できると仮定する。

### 4.1 3 端子デバイス

スピン軌道相互作用が大きい半導体ヘテロ構造 (2 次元電子系) を T 型や Y 型に微細加工した 3 端子デバイスの提案 [1, 2]。不純物散乱などによって外因性スピンホール効果がはたらくと、右に曲がる方向の端子と左に曲がる方向の端子とで逆向きのスピン偏極が生成される (第 10 図 (a))。

### 4.2 3 重障壁の共鳴トンネルダイオード

第 10 図 (b) のような、半導体ヘテロ構造を用いた 3 重障壁の共鳴トンネルダイオード [3]。スピン軌道相互作用がある場合、スピンフィルター機能を示す。

通常の共鳴トンネルダイオードは井戸層を 2 重障壁で挟んだ構造を持ち、電子は障壁に垂直 ( $z$  方向) にエミッターからコレクターへ伝導する。障壁に沿った  $xy$  方向には系は十分大きく、伝導の際に電子のエネルギーと横方向の波数  $k_x, k_y$  が保存する。井戸層内では  $z$  方向の運動エネルギーが離散化される。そのエネルギー準位を井戸につけたゲート電極を用いて静電的に上下させると、エミッターのフェルミ準位に一致したときに共鳴トンネルによって電流が大きく流れる。

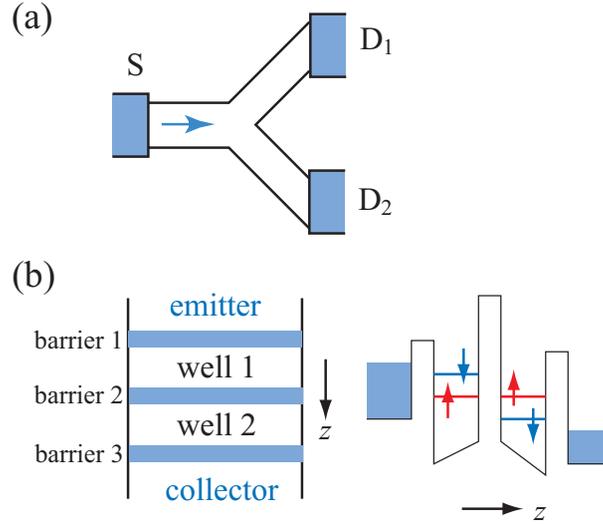


図 10: (a) 半導体ヘテロ構造 (2次元電子系) を Y 型に微細加工した 3 端子デバイス。不純物散乱などによる外因性スピンホール効果によって 2 つの出力端子で逆向きのスピン偏極が生成される。(b) 3 重障壁構造の共鳴トンネルダイオードを用いたスピンフィルター素子。Barrier 1, 3 にはドナーを、barrier 2 にはアクセプターをドーピングして、well 1 と 2 で逆符号のスピン軌道相互作用を生じさせる。2 つの井戸内で、エネルギー準位は異なる向きにスピン分裂するため、一方のスピンのみを共鳴させることができる。

第 10 図 (b) の 3 重障壁構造では barrier 1, 3 にドナーをドーピングし、barrier 2 にはアクセプターをドーピングしている。(半導体ヘテロ構造は分子線エピタキシー法等によって 1 原子層ずつ成長させて作製する。したがってこのような選択的なドーピングが可能である。) ドナーは正に、アクセプターは負に帯電するので、well 1 には  $z$  方向に well 2 には  $-z$  方向に電場が発生する。井戸層に InGaAs などの狭ギャップ半導体を用いれば、大きな Rashba のスピン軌道相互作用

$$H^{(i)} = \frac{\alpha_i}{\hbar} (p_y \sigma_x - p_x \sigma_y) \quad (33)$$

がはたらく ( $i = 1, 2$  は井戸の index)。 $\alpha_1, \alpha_2$  は符号が互いに異なることが重要である。第 10 図 (b) の右図には  $k_x > 0, k_y = 0$  の電子に対する井戸内の離散準位を示した。Well 1 では  $\alpha_1 k_x$  の有効磁場が  $-y$  方向にかかってゼーマン分裂が生じる。Well 2 での有効磁場は  $y$  方向のため、反対のスピン分裂が起きる。それぞれの井戸につけたゲート電圧で  $y$  方向のスピンアップの準位を一致させると、その成分の伝導のみが共鳴トンネルによって増大する。これがスピンフィルターの原理である。(スピン軌道相互作用は時間反転対称性を破らないため、 $-k_x$  の電子に対しては逆向きスピンの共鳴トンネルが生じてしまうことに注意が必要である。計算の詳細は文献 [3] を参照されたい。)

### 4.3 スピン軌道相互作用と磁場の組み合わせ

2次元電子ガス ( $xy$  面内) に話を戻そう。 $z$  方向に電場をかけて Rashba のスピン軌道相互作用を発生させる。さらに面内方向に磁場をかけるとスピンフィルター機能がはたらく [4]。

簡単な例として、 $x$  方向の量子細線に沿った電子の運動を考えよう。磁場を  $x$  方向にかけたときの Hamiltonian は

$$H = \frac{p_x^2}{2m} - \frac{\alpha}{\hbar} p_x \sigma_y + \frac{E_Z}{2} \sigma_x, \quad (34)$$

ここで  $E_Z = g\mu_B B$  である。この固有状態は  $\psi = e^{ikx}$  (スピン部分) として容易に求められる。 $E_Z = 0$  の場合は、1.4 節で求めたように  $\psi_{k,\pm} = e^{ikx} \chi_{\pm}^{(y)}$  ( $\chi_{\pm}^{(y)}$  は  $y$  方向のスピンアップとダウン)。

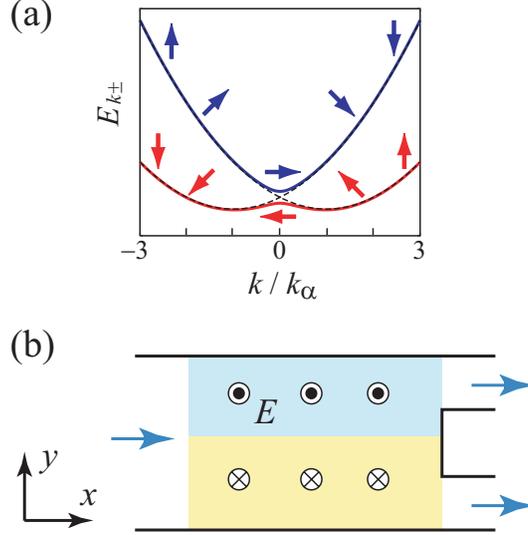


図 11: (a) 1次元量子細線でラシュバのスピノ軌道相互作用と細線方向の磁場が共存するときのエネルギーの分散関係。破線は磁場がない場合。スピンの向き (水平方向が  $x$  方向, 垂直方向が  $y$  方向) は波数  $k$  とともに連続的に変化する。(b) ラシュバのスピノ軌道相互作用を  $y$  方向に変調させたときのシュテルン・ゲルラッハの実験の模式図。2次元平面に垂直方向にける電場  $E$  を  $y$  方向に変調させると、電子スピンの感じる有効磁場に勾配が生じる。 $y$  方向のスピノアップとダウンが空間的に分離され、それを2つの出力端子で測定する。

$E_Z \neq 0$  の場合は、 $k = 0$  でスピンは  $x$  方向を向き、 $|\alpha k| \gg E_Z$  では  $y$  方向を向く。Hamiltonian (34) の固有エネルギー

$$E_{k,\pm} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \mp \sqrt{(\alpha k)^2 + (E_Z/2)^2}$$

を、 $k$  の関数として第 11 図 (a) の実線に示した (破線は  $E_Z = 0$  の場合)。 $k = 0$  でエネルギーギャップが生じる。スピンは、図のように  $k$  とともに連続的に変化する。

フェルミエネルギーがエネルギーギャップ中に現れるようにすると、2つのサブバンドの一方のみが伝導に寄与する。磁場が十分弱く  $E_Z \ll \alpha k_F$  の場合、 $x$  の正方向に伝播する電子 ( $k > 0$ ) は常に  $\chi_+^{(y)}$  のスピンを持ち、この量子細線がスピノフィルターの作用をすることがわかる。

#### 4.4 シュテルン・ゲルラッハの実験

Rashba のスピノ軌道相互作用は外部電場によって制御することができる。外部電場を空間変調させれば、電子スピノを感じる有効磁場に勾配が生じる。その磁場勾配を利用して「Stern-Gerlachの実験」をおこない、スピノ分離をするユニークな提案がされている [5]。

第 11 図 (b) のような、 $x$  方向の擬 1次元量子細線に沿った電子の伝導を考える。 $z$  方向にける電場の大きさを  $y$  方向に変調するとき、Rashba のスピノ軌道相互作用は

$$H_{\text{RSO}} = -\frac{1}{\hbar} \left[ \alpha(y) p_x \sigma_y - \frac{\alpha(y) p_y \sigma_x + p_y \alpha(y) \sigma_x}{2} \right] \quad (35)$$

と書かれる。(第 2 項に注意されたい。 $\alpha$  が  $y$  に依存するとき、このようにしないと  $H_{\text{RSO}}$  がエルミートにならない。) 電子が  $y$  方向に幅  $W$  に閉じ込められ、 $x$  方向に運動量  $\hbar k$  で伝播するとき、 $H_{\text{RSO}}$  の  $p_x$  の項が主に効いて電子スピンは  $y$  方向の有効磁場を感じる。その磁場に勾配があると

き、スピン  $\chi_{\pm}^{(y)}$  は  $y$  方向に分離する。この Stern-Gerlach の実験を古典的に考えると<sup>20</sup>、ポテンシャル  $U = -\alpha(y)k\sigma_y$  より力が

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = \alpha'(y)k\sigma_y$$

と求められる。 $F_y$  は  $\sigma_y = \pm 1$  に対して反対方向にはたらくため、スピン分離が生じる [6]。大江らは数値計算によって、 $\alpha(y)$  が  $y$  に線形に依存するときに 100%近いスピン分離が得られることを示した [5]。

#### 4.5 量子ポイントコンタクトの利用

我々は、量子細線の一部にくびれをつけた量子ポイントコンタクト (Quantum Point Contact, QPC; 第 12 図 (a) の挿入図) の構造がスピン流を生成することを示した [7]。(当時の学部 4 年生だった黒谷雄司、林哲也両氏が卒業研究で発見した。) 詳細は文献 [8] に述べたので、ここではアイデアのみを説明する。

QPC を通る電気伝導度  $G$  は  $2e^2/h$  を単位として量子化されることが知られている [9]。第 12 図 (a) は  $G$  の数値計算の結果で、くびれ部のポテンシャルの大きさ  $V_0$  の関数としてを示した (実線はスピン軌道相互作用があるとき、破線はないとき)。 $2e^2/h$  を単位としたプラトー構造が見て取れる。まずスピン軌道相互作用がない場合に、この電気伝導度の量子化を説明しよう。くびれない一様な量子細線 ( $x$  方向の擬 1 次元系) での Hamiltonian は、 $y$  方向の閉じ込めポテンシャルを  $U(y)$  とすると

$$H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) + U(y).$$

この固有状態は変数分離型で求められ、 $\psi_{n,k} = \varphi_n(y)e^{ikx}$ 、固有値は

$$E_n(k) = \varepsilon_n + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (36)$$

( $n = 1, 2, 3, \dots$ )。ここで  $\varphi_n(y)$ ,  $\varepsilon_n$  は  $p_y^2/(2m) + U(y)$  の固有状態と固有値を表す。エネルギー (36) の分散関係 (サブバンドと呼ばれる) を第 13 図 (a) に示す。

これに緩やかにくびれのポテンシャル  $V(x, y)$  が加わったときの波動関数を「断熱近似」で考察する: 状態  $\psi_{n,k}$  は  $y$  方向の量子数  $n$  を保存して、第 13 図 (b) のように連続的に変化しながら伝導する。エネルギーは保存するので、 $x$  方向の波数  $k$  は  $x$  とともに変化することになる。電子がくびれ部に入ると横方向の閉じ込めが強くなるので、第 13 図 (c) のようにサブバンドが上昇する。この図では一番細い部分で  $n = 1$  のモードのみが存在できるため、 $n = 2, 3$  のモードは途中で反射率 1 で反射される。残ったモードは散乱されることなく、透過率 1 で右に伝導する。このときの電気伝導度は、Landauer の公式 [9] より  $G = 2e^2/h$ 。一般に、最も細い部分での伝導モードの数が  $N$  のとき、 $G = (2e^2/h) \times N$  となる。

次に Rashba のスピン軌道相互作用、 $H_{\text{RSO}} = (\alpha/\hbar)(p_y\sigma_x - p_x\sigma_y)$ 、がはたらく場合を考えよう。第 12 図 (a) に示したように、この場合でも電気伝導度の量子化が見られる。伝導度が第 1 プラトーにある場合に ( $G = 2e^2/h$ ;  $V_0 = 0.7E_F$ )、出力電流を  $\sigma_y = \pm 1$  の 2 つの成分に分けて計算したものが第 12 図 (b) である。各成分の伝導度  $G_{\pm}$  ( $G = G_+ + G_-$ ) をスピン軌道相互作用の大きさ  $k_{\alpha}/k_F$  ( $k_{\alpha} = m\alpha/\hbar^2$ ,  $k_F$  はフェルミ波数) の関数としてプロットした。 $y$  方向のスピン分極率  $(G_+ - G_-)/(G_+ + G_-)$  が  $k_{\alpha}/k_F$  とともに増加することがわかる。入力電流は分極せずに入射

<sup>20</sup>量子力学では次の演習問題が教育的である。 $H_{\text{RSO}}$  の第 1 項のみを残し、 $y$  方向の閉じ込めを調和ポテンシャルで表す:  $V(y) = m\omega^2 y^2/2$ 。  $\alpha(y) = Ky$  のときの Hamiltonian,  $H = (p_x^2 + p_y^2)/(2m) - Kyp_x\sigma_y/\hbar + V(y)$  の固有状態 ( $x$  方向の運動量が  $\hbar k > 0$  のもの) を求めよ。

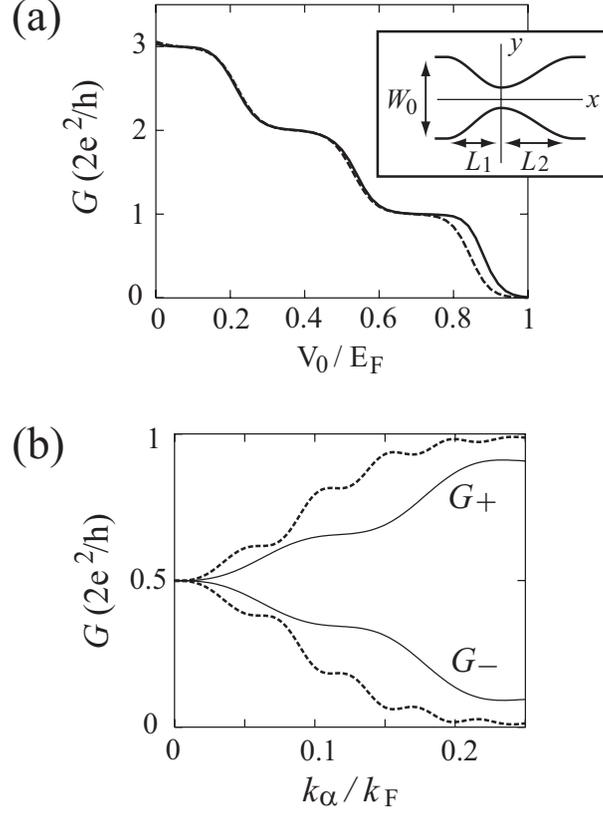


図 12: 量子ポイントコンタクトを流れる電気伝導度  $G$  の数値計算の結果。(a)  $G$  をくびれ部分のポテンシャルの大きさ  $V_0$  の関数として示す。 $L_1 = L_2 = 4\lambda_F$  ( $\lambda_F$  はフェルミ波長)。スピン軌道相互作用の大きさ ( $k_\alpha = m\alpha/\hbar^2$ ) は、 $k_\alpha/k_F = 0.25$  (実線)、0 (破線)。挿入図はモデルの概略 (幅は  $W_0 = 4\lambda_F$ )。 (b) 出力電流の  $\sigma_y = \pm 1$  成分ごとの電気伝導度  $G_\pm$  をスピン軌道相互作用の大きさ  $k_\alpha/k_F$  の関数として示す。 $V_0 = 0.7E_F$  で  $G = G_+ + G_- = 2e^2/h$  が成り立っている。実線は  $L_1 = L_2 = 4\lambda_F$  の場合、破線は  $L_1 = 4\lambda_F$ ,  $L_2 = 12\lambda_F$  の場合を示す。

させており、磁場はかけていない。すなわち、この計算結果は (i) QPC によってスピン注入が可能であること、(ii) スピン分極率は、InGaAs での  $\alpha$  の値  $k_\alpha/k_F \approx 0.1$  に対して 30%程度 (破線の場合は 60%) であることを示している。

このスピン分極は次のように説明される。 $H_{\text{RSO}}$  中の  $p_y$  の項は  $p_x$  の項に比べて小さいので摂動として扱う。Hamiltonian は  $H = H_0 + H'$ ,

$$H_0 = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) - \frac{\alpha}{\hbar}p_x\sigma_y + V(x, y) + U(y),$$

$$H' = \frac{\alpha}{\hbar}p_y\sigma_x.$$

まず  $H'$  を無視し、電子の断熱運動を議論する。くびれのない量子細線 [ $V(x, y) = 0$ ] での  $H_0$  の固有状態と固有値は

$$\psi_{n,k,\pm} = e^{ikx} \varphi_n(y) \chi_\pm^{(y)}, \quad (37)$$

$$E_{n,\pm}(k) = \frac{\hbar^2}{2m}(k \mp k_\alpha)^2 - \frac{\hbar^2}{2m}k_\alpha^2 + \varepsilon_n. \quad (38)$$

このときの分散関係  $E_{n,\pm}(k)$  を第 14 図 (a) に示す。 $\alpha$  が十分大きいとき、図のように  $E_{1,-}(k)$  と  $E_{2,+}(k)$  の交点がフェルミ準位  $E_F$  (横線 A) の下に現れる。これがスピンフィルターにとって重要な役割をする。

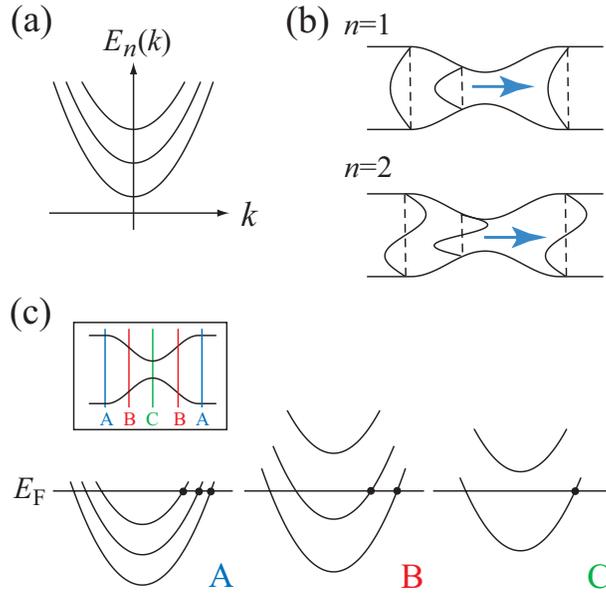


図 13: (a) スピン軌道相互作用がないときの量子細線中のサブバンド構造。  $k$  は  $x$  方向の波数、  $n$  は  $y$  方向のエネルギー準位 (下から  $n = 1, 2, 3$ )。 (b) 量子ポイントコンタクト (QPC) を電子が断熱的に伝導する様子。  $y$  方向の量子数  $n$  は保存される。 (c) QPC の各場所でのサブバンドの模式図。 狭い領域では  $y$  方向の閉じ込めのためにサブバンドは上方にシフトし、伝導モードの数が減少する (フェルミ準位での右向き伝導モードを黒丸で表す)。 図では 1 つのモードのみが透過率 1 で QPC を通過するため、電気伝導度は  $G = 2e^2/h$  となる。

電子がくびれを断熱的に運動することを考えよう。 電子の運動に伴ってサブバンドが上下するが、その代わりにフェルミ準位が相対的に  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$  と動くと考えることができる。 電子はサブバンドの交点を 2 回 (最初は  $x < 0$  で、2 回目は  $x > 0$  で) 通過する。 交点では摂動  $H'$  が無視できない:  $(1, -)$  と  $(2, +)$  は  $H'$  によって互いに混ざり合う (第 14 図 (b)) ため、電子がこの交点を通過するとき、ある確率  $P$  でモード間の遷移が生じる。 最初の交点通過の直前では、2 つのモードとも電子が占有している。 遷移  $(1, -) \rightarrow (2, +)$  が確率  $P$  で生じるとき、遷移  $(2, +) \rightarrow (1, -)$  も同じ確率で生じる。 この結果、スピン分極は生じない。 ところが、2 回目の交点通過の直前では、モード  $(1, -)$  には電子がいるが、モード  $(2, +)$  は空である。 遷移  $(1, -) \rightarrow (2, +)$  のみが確率  $P$  で生じるため、 $\sigma_y = 1$  の成分が増加し、 $\sigma_y = -1$  の成分が減少する。 一方、モード  $(1, +)$  の  $\sigma_y = 1$  の電子は、サブバンドの交点を経ることなく、確率 1 で QPC を透過する。 この結果、スピン分極  $[(1 + P) - (1 - P)]/2 = P$  が得られる。

交点での遷移確率  $P$  は Landau-Zener 理論を用いて評価される [8]。 QPC の形状の空間変化が緩やかな場合ほど大きな  $P$  が期待される。 実際、第 12 図 (b) において、 $L_2$  が大きいときに分極率が増大している。(スピン分極は電子が狭いところから広いところに出るときに生じるため、 $L_1$  には無関係である。)

QPC は比較的容易に作製可能な 2 端子デバイスである [10]。 が、スピン分極は電気伝導では測定できず (全電気伝導度  $G = G_+ + G_-$  は一定!)、光学測定等が必要となり、まだこのアイデアは実証されていない。 なお、QPC での電気伝導度の量子化は数 K 程度の低温で観測される現象であり、これをスピン注入デバイスに直接応用するのは困難であろう。 メソスコピック系における量子輸送特性の新たな一面として捉えていただきたい。

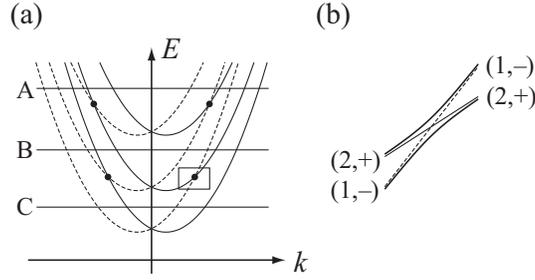


図 14: (a) Rashba のスピン軌道相互作用があるときの量子細線中のサブバンド構造;  $E_{n,+}(k)$  ( $y$  方向にスピナップ; 実線),  $E_{n,-}(k)$  ( $y$  方向にスピンドアウン; 破線)。 (b)  $E_{1,-}(k)$  と  $E_{2,+}(k)$  の交点の近傍 [(a) の四角で囲った部分]。2 つのサブバンドは摂動  $H'$  によって互いに混ざり合う。

## 5 スピン軌道相互作用によるスピン緩和

スピンホール効果、および前述のナノデバイスでは、スピン軌道相互作用を利用してスピン注入をおこなうものである。が、スピンを注入した後に意図しない形でスピン軌道相互作用ではたれば、せっかくのスピン状態が壊れてしまう。特に不純物散乱に伴うスピン緩和機構は古くから研究され、Elliott-Yafet 機構、D'yakonov-Perel 機構、と名前が付けられている [11]。5.1 節ではその解説をおこなう。

5.2 節では、Rashba と Dresselhaus のスピン軌道相互作用の大きさが等しい場合を議論する。この特別な場合では、特定の伝導方向でのスピン緩和が消失するため、デバイスへの応用が期待されている。

最後に、量子ドットにおけるスピン緩和について簡単に触れる (5.3 節)。

### 5.1 スピン緩和の機構

半導体中のスピン緩和機構の中で、スピン軌道相互作用に起因するものは 2 種類ある。

#### (i) Elliott-Yafet 機構

1.2 節や 3.3.2 節では価電子バンドでのホールのスピン状態を考え、結晶格子を形成している原子由来のスピン軌道相互作用を  $k \cdot p$  摂動法で取り入れることを述べた。 $k \cdot p$  摂動法によると、伝導バンドの電子状態も価電子バンドと混ざり、その結果、スピナップ状態にはわずかにスピンドアウン成分が含まれる。バンド  $n$  の Bloch 波は

$$\begin{aligned}\Psi_{kn\uparrow}(\mathbf{r}) &= [a_{kn}(\mathbf{r})|\uparrow\rangle + b_{kn}(\mathbf{r})|\downarrow\rangle]e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}, \\ \Psi_{kn\downarrow}(\mathbf{r}) &= [a_{-kn}^*(\mathbf{r})|\downarrow\rangle - b_{-kn}^*(\mathbf{r})|\uparrow\rangle]e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}},\end{aligned}$$

と書かれ、 $|a| \sim 1$ ,  $|b| \sim \lambda_{\text{SO}}/E_0 \ll 1$  である ( $\lambda_{\text{SO}}$  はスピン軌道相互作用のよる行列要素、 $E_0$  はバンドギャップ) [11]。その結果、不純物散乱に伴ってスピン反転 ( $\Psi_{kn\uparrow} \rightarrow \Psi_{k'n\downarrow}$ ) が生じ得る (スピンに依らない不純物ポテンシャル  $V$  に対して  $\langle \Psi_{k'n\downarrow} | V | \Psi_{kn\uparrow} \rangle \neq 0$ )。この Elliott-Yafet (EY) 機構によるスピン緩和時間は

$$\frac{1}{\tau_s(E_{\mathbf{k}})} = A \left( \frac{\Delta_0}{E_0 + \Delta_0} \right)^2 \left( \frac{E_{\mathbf{k}}}{E_0} \right)^2 \frac{1}{\tau_p(E_{\mathbf{k}})} \quad (39)$$

と見積もられている [11, 12]。ここで  $A$  は 1 程度の数因子、 $\Delta_0$  は価電子バンドにおける  $j = 3/2$  と  $j = 1/2$  のエネルギー差。 $E_{\mathbf{k}}$  は散乱を考えている電子のエネルギーで、低温では  $E_{\text{F}}$ 、高温で

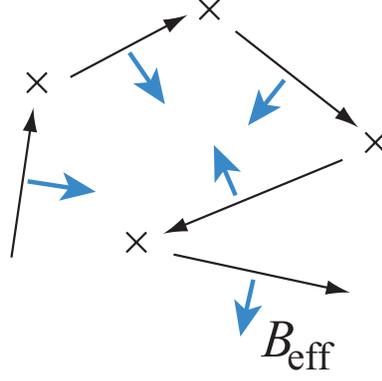


図 15: Rashba のスピン軌道相互作用によるスピン緩和の D'yakonov-Perel 機構。電子が不純物散乱によって拡散的に運動するとき、スピンの感じる有効磁場  $B_{\text{eff}}$  の向きがランダムに変化する。

は  $k_B T$  となる。 $\tau_p$  は運動量緩和時間であり、不純物散乱の他、電子フォノン散乱もその原因になる<sup>21</sup>。

(ii) D'yakonov-Perel 機構

D'yakonov-Perel (DP) 機構は、Rashba や Dresselhaus のスピン軌道相互作用に起因する。例として 2 次元電子系に垂直に電場をかけたときの Rashba 項を考えよう。 $xy$  面内の波数ベクトルが  $k$  のとき、

$$H_{\text{RSO}} = \alpha \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{k} \times \hat{z}) \equiv \frac{1}{2} \hbar \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k})$$

であり、スピンは  $k \times \hat{z}$  方向の有効磁場のまわりを角振動数  $\Omega(k)$  で歳差運動する。不純物散乱で  $k$  が変わると、有効磁場の方向も変わる。

第 15 図のような不純物散乱による拡散運動では、電子は散乱と散乱の間の  $\tau_p$  程度の時間、波数ベクトル  $k$  を保って運動する。スピンはその間の歳差運動で位相が  $\delta\phi = \Omega(k)\tau_p$  変わる。時間  $t$  の間のランダムウォークによる位相の変化は

$$\phi(t) = \sqrt{\frac{t}{\tau_p}} \Omega_{\text{av}} \tau_p \quad (40)$$

( $\Omega_{\text{av}}$  は  $\Omega(k)$  の平均; この式の導出は後出の脚注 22 を参照)。  $\phi(t)$  が 1 程度になるときの時間  $t$  がスピン緩和時間  $\tau_s$  に相当することから

$$\frac{1}{\tau_s} = \Omega_{\text{av}}^2 \tau_p \quad (41)$$

が得られる。

EY 機構でのスピン緩和率、式 (39)、が  $1/\tau_s \propto 1/\tau_p$  に対して、DP 機構でのそれは  $1/\tau_s \propto \tau_p$  となっている。後者では散乱と散乱の間でスピンの位相がランダム化されるためであり、NMR での motional narrowing に相当する現象である [11]。スピンの緩和するまでに電子が移動する距離をスピン拡散長と定義すると  $L_s = \sqrt{D\tau_s}$ 、ここで  $D$  は拡散定数であり  $\tau_p$  に比例する<sup>22</sup>。したがっ

<sup>21</sup>文献 [12] では、3.1 節の式 (14) の不純物ポテンシャル  $V(r) + V_1(r)l \cdot s$  の第 1 項のみを考え、それによる弾性散乱を計算している。第 2 項の寄与は、上述の EY 機構に比べると小さいとしている。一方、3.1 節の外因性スピンホール効果の説明で紹介した文献 [13] では  $V_1(r)l \cdot s$  の影響を計算し、EY 機構は無視している。両者の違いを筆者は理解していない。

<sup>22</sup>2 次元で速さ  $v_F$  の電子が不純物による弾性散乱を受けて拡散する過程を考える。時間  $t$  の間に  $N = t/\tau_p$  ( $\gg 1$ ) 回散乱されて (特定の方向に) 移動する距離  $L$  を計算する。 $i$  番目と  $i+1$  番目の散乱の間の電子の変位ベクトルを  $r_i$

て、EY 機構では  $L_s \propto \tau_p$ , DP 機構では  $L_s$  は  $\tau_p$  に依らない。通常の場合、スピン緩和には EY 機構ではなく、DP 機構が主に効くことが知られている。

半導体中のスピン緩和の機構としては、スピン軌道相互作用以外の原因も存在する。本連載のテーマから外れるが、その代表的なものを以下に挙げておく。詳細は文献 [11] を参照のこと。

(iii) Bir-Aronov-Pikus 機構

p 型半導体や、光照射で電子・ホール対を生成した場合などホールが存在する場合、ホールと電子スピンとの間に交換相互作用がはたらく。

$$H = A \mathbf{s} \cdot \mathbf{J} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_h).$$

$A$  は交換相互作用の大きさ、 $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{r}$  は電子のスピンと座標、 $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{r}_h$  はホールの全角運動量と座標である。デルタ関数を含んだこの表式は、ホールが heavy-hole バンド (有効質量が電子のそれよりずっと大きい) にあるときに用いられる。

(iv) 核スピンとの超微細相互作用

半導体中には多くの核スピンが存在し、電子スピンはそれと Fermi の接触相互作用をおこなう。核スピンを  $\mathbf{I}_i$ , その位置を  $\mathbf{R}_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) とすると

$$H_{\text{HF}} = \frac{8\pi}{3} \frac{\mu_0}{4\pi} g_0 \mu_B \sum_i \hbar \gamma_{n,i} \mathbf{s} \cdot \mathbf{I}_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i), \quad (42)$$

ここで  $\mu_0$  は真空中の透磁率、 $g_0 = 2.0023$  は真空中の電子の  $g$  因子、 $\gamma_{n,i}$  は核スピン  $i$  の磁気回転比である。電子の波動関数が  $\psi(\mathbf{r})$  のとき、電子スピン  $\mathbf{s}$  が感じる有効磁場は

$$\mathbf{B}_n = \frac{2\mu_0}{3} \frac{g_0}{g} \sum_i \hbar \gamma_{n,i} \mathbf{I}_i |\psi(\mathbf{R}_i)|^2.$$

$g$  は半導体中の  $g$  因子である。超微細相互作用の電子スピンへの影響は、この有効磁場によるものだけでなく、どれか 1 つの核スピンとの間でスピン反転する過程も存在する。

なお、半導体中のホールの Bloch 波は結晶を構成する原子の  $p$  軌道から成る。 $p$  軌道は原子核の位置に振幅をもたないから、ホールには超微細相互作用 (42) ははたらかない。

## 5.2 Rashba と Dresselhaus 項が等しい場合のスピン緩和の消失

これまで Rashba のスピン軌道相互作用を中心に話をしてきたが、結晶に反転対称性がない半導体では Dresselhaus 項も存在する (1.3 節)。 $xy$  平面の 2 次元電子系を考え、 $x$  軸、 $y$  軸をそれぞれ [100], [010] 方向に選ぶ。両者の Hamiltonian は

$$H_{\text{RSO}} = \frac{\alpha}{\hbar} (p_y \sigma_x - p_x \sigma_y), \quad (43)$$

$$H_{\text{DSO}} = \frac{\beta}{\hbar} (-p_x \sigma_x + p_y \sigma_y). \quad (44)$$

で表す。 $r_i$  の大きさは  $v_F \tau_p$  程度、方向はランダムとすると

$$2L^2 = \left\langle \left( \sum_i^N \mathbf{r}_i \right)^2 \right\rangle = \left\langle \sum_i^N r_i^2 \right\rangle + \left\langle \sum_{i \neq j} \mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_j \right\rangle = N(v_F \tau_p)^2 + 0$$

(最左辺の因子 2 は  $x$  方向と  $y$  に同じだけ移動すると考え、1 方向あたりの移動距離を  $L$  としたため)。ゆえに  $L = \sqrt{D t}$ ,  $D = v_F^2 \tau_p / 2$ . 式 (40) でも同様の考察をしている。

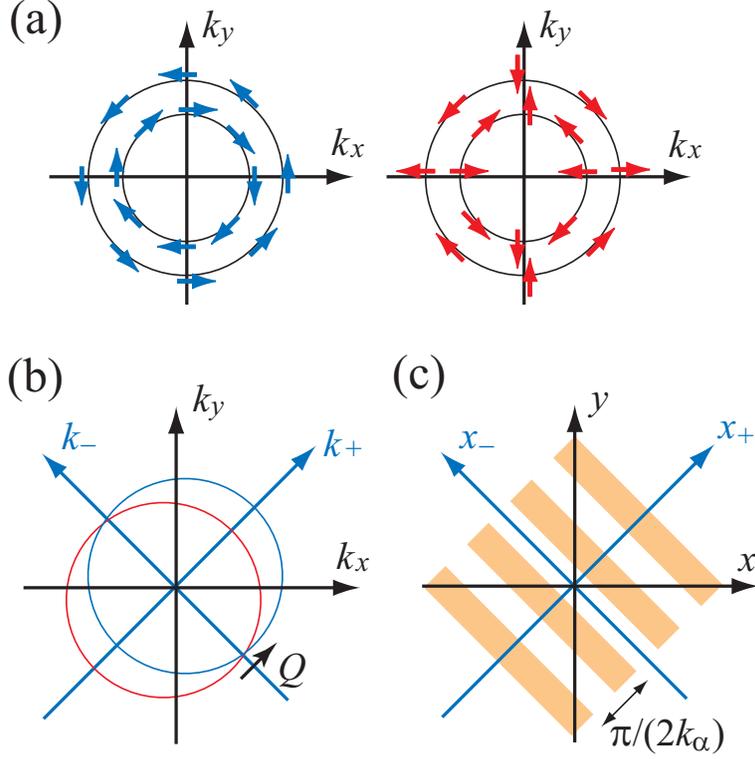


図 16: (a) Rashba のスピン軌道相互作用 (左図)、および Dresselhaus のスピン軌道相互作用 (右図) があるときのフェルミ円、および各  $k$  でのスピンの方向。(b) Rashba 項と Dresselhaus 項が等しい場合のフェルミ円。青、赤の円は  $(1/\sqrt{2})(\sigma_x + \sigma_y) = \pm 1$  (スピン軸の変換後の  $\sigma_z = \pm 1$ ) のスピンをそれぞれ表す。両者はベクトル  $Q$  ( $Q_+ = 4k_\alpha$ ,  $Q_- = 0$ ) シフトしている。(c)  $x_+$  方向の (緩和時間が無限に長い) persistent spin helix の模式図。電子のスピンは  $x_+$  方向に  $2\pi/Q_+ = \pi/(2k_\alpha)$  移動すると元に戻る。

$H_{\text{DSO}}$  では  $p$  の 3 次の項を無視した。それぞれが存在する場合のフェルミ円 (2 つの同心円になる) と、各波数ベクトル  $k$  におけるスピンの向きを第 16 図 (a) に示した。

両者が共存する場合、波数  $k$  での Hamiltonian は

$$H = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2) + \alpha(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y) + \beta(-k_x\sigma_x + k_y\sigma_y),$$

特に  $\alpha = \beta$  のときは

$$H_{\text{ReD}} = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2) - \alpha(k_x + k_y)(\sigma_x + \sigma_y).$$

本節ではこの特別の場合を考える。 $k_\pm = (1/\sqrt{2})(k_y \pm k_x)$  と定義し、スピン空間の軸を取り直して  $(1/\sqrt{2})(\sigma_x + \sigma_y) \rightarrow \sigma_z$  とすると

$$H_{\text{ReD}} = \frac{\hbar^2}{2m}(k_+^2 + k_-^2) - 2\alpha k_+ \sigma_z. \quad (45)$$

以下では変換後のスピン軸を考え、 $\sigma_z = \pm 1$  を  $\uparrow, \downarrow$  で表す。 $H_{\text{ReD}}$  の固有値は  $\varepsilon_{\downarrow, \uparrow}(k) = \hbar^2 k^2 / (2m) \pm 2\alpha k_+$ 、したがって

$$\varepsilon_{\downarrow}(k) = \varepsilon_{\uparrow}(k + Q),$$

$Q = (Q_+, Q_-) = (4k_\alpha, 0)$  が成り立つ ( $k_\alpha = m\alpha/\hbar^2$ )。このフェルミ円を第 16 図 (b) に示したが、図 (a) との著しい違いは、各円のすべての点でスピンの向きが変わらないことである。

Hamiltonian  $H_{\text{ReD}}$  は  $\sigma_z$  と可換であり、(変換後の)  $z$  方向のスピンを保存する。さらに文献 [14] によると、次の演算子で生成される  $SU(2)$  対称性を持つ。

$$\begin{aligned} S_Q^- &= \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger c_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}\uparrow}, \\ S_Q^+ &= \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}\uparrow}^\dagger c_{\mathbf{k}\downarrow}, \\ S_0^z &= \sum_{\mathbf{k}} \left( c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{\mathbf{k}\uparrow} - c_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger c_{\mathbf{k}\downarrow} \right). \end{aligned}$$

これらは交換関係

$$[S_0^z, S_Q^\pm] = \pm 2S_Q^\pm, \quad [S_Q^+, S_Q^-] = S_0^z$$

を満たし、 $H_{\text{ReD}}$  と交換する。さらに波数  $q$  の密度演算子  $\rho_q = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\sigma} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma}$  と可換である。すなわち、スピンの依らない不純物散乱  $\sum_q V_q \rho_q$  や、クーロン相互作用などの電子間相互作用  $\sum_q V_q \rho_q^\dagger \rho_q$  があっても、この  $SU(2)$  対称性は保存される。

物理的には、 $S_x(\mathbf{Q}) = (S_Q^+ + S_Q^-)/2$ ,  $S_y(\mathbf{Q}) = (S_Q^+ - S_Q^-)/(2i)$  は “helical spin density wave” を生成し、それは  $xy$  平面でのスピンの回転を伴う。この spin helix が不純物散乱がある場合でも無限の寿命を持つ (persistent spin helix)<sup>23</sup>。波数ベクトル  $\mathbf{k} = (k_+, k_-)$  を持つ電子の運動を考えよう。時間  $t$  の間に  $x_+$  方向に  $L_+ = \hbar k_+ t / m$  進み、スピンは Hamiltonian (45) によって  $z$  軸の周りを  $\theta = 4\alpha k_+ t / \hbar$  回転する。 $t$  を消去すると  $\theta = 4k_\alpha L_+ = Q_+ L_+$  が得られ、 $xy$  平面でのスピンの回転は  $x_+$  方向の変位のみに依存することがわかる。スピンの  $z$  成分は保存するから、電子が  $x_+$  方向に  $L_+ = 2\pi/Q_+$  移動したとき、スピンは元に戻る (第 16 図 (c))。

1.4 節で解説した Datta と Das のスピントランジスターは、不純物散乱のないバルスティック領域を想定している。不純物散乱があると前節で述べたスピン緩和機構によって効率が低下する。が、デバイスを結晶の  $[1\bar{1}0]$  方向 ( $x_+$  方向) に沿って作製し、外部電場の大きさを調節して Rashba と Dresselhaus のスピン軌道相互作用の大きさを等しくすれば、不純物散乱があってもスピン緩和は生じない。大野と陽は Monte Carlo シミュレーションによって、このように設計したスピントランジスターが拡散領域でも動作可能であることを示した [15, 16]。

### 5.3 量子ドットでのスピン緩和

電子をナノスケールのゼロ次元系に閉じ込めるデバイス、量子ドット、は量子情報処理等への応用が期待され、現在盛んに研究されている [9]。量子ドット中の電子スピンを「量子ビット」に用いる場合、そのスピン緩和は深刻な問題となる。スピン緩和の主な原因として、(i) スピン軌道相互作用、(ii) 核スピンとの超微細相互作用、および (iii) 量子ドットと外部リードとの間のトンネル結合の高次の過程 (cotunneling)、が考えられる。

量子ドット中はエネルギー準位が離散化される。多くの場合、スピン緩和にはフォノンの放出が伴い、5.1 節で述べたスピン緩和とはだいぶ機構が異なる。実験ではパルスを用いたスピン緩和時間の詳細な測定が行われている。本稿で述べる余地はないので、スピン軌道相互作用によるスピン緩和についての最近の実験の文献を 1 つだけ挙げておく [17]。

<sup>23</sup>文献 [14] によると、spin helix の緩和の原因になり得るのは (i)  $H_{\text{DSO}}$  で無視した  $p$  の 3 次の項による DP 機構: GaAs で  $\tau_s \approx 10\text{ns}$ 。 (ii) EY 機構: GaAs で室温の場合に  $\tau_s \approx 20\tau_p (E_0/k_B T)^2 \sim 100\text{ns}$ 。これら以外に、核スピンとの超微細相互作用も考える必要がある。

## 6 おわりに

3 回に渡る連載で、半導体におけるスピン軌道相互作用について解説した。最初に述べたように、スピン軌道相互作用は一体問題であるにもかかわらず、多彩な物理現象をもたらし、未だに活発な研究が続いている。Hamiltonian は簡単そうに見えるが、1次元系や球対称な場合など解ける問題は限られ、意外に奥が深い。本連載がきっかけとなって、スピン軌道相互作用やスピントロニクスの研究に興味を持っていただけたら幸いである。

私自身の理解不足で不正確な記述が多々あると思われる。お気づきの点がありましたら是非お知らせ下さい。

## A AC 効果の補足

本連載 (その 1) の §2 でアハロノフ・キャッシャー (AC) 効果について述べた。外部電場に起因する Rashba のスピン軌道相互作用が電子の位相に与える影響を、孤立したリング中の固有エネルギーの変化を考察することで間接的に求めた (2.2 節)。ここでは、この AC 位相を直接計算し、その幾何学的意味を文献 [18] に従って考えてみたい。

2.1 節での AB 位相の計算を思い出そう。ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$  があるときの Hamiltonian は

$$H = \frac{1}{2m} [\mathbf{p} + e\mathbf{A}(\mathbf{r})]^2 + V(\mathbf{r}).$$

$A = 0$  のときの波動関数を  $\psi^{(0)}(\mathbf{r})$  とすると  $A \neq 0$  のときの波動関数は、経路  $C$  上で

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi^{(0)}(\mathbf{r}) \exp \left[ -i \frac{e}{\hbar} \int_{\mathbf{r}_A(C)}^{\mathbf{r}} \mathbf{A}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}' \right]$$

で与えられる。この  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$  に比例する位相因子をリングに沿って 1 周積分したものが AB 位相を与える。

$$\phi_{AB} = \frac{e}{\hbar} \oint \mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}. \quad (46)$$

同様の考察を、2.2 節の Hamiltonian (半径  $r$  のリング上; 以下  $r$  は定数)

$$H = \frac{\hbar^2}{2mr^2} \left[ -i \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\Phi}{\Phi_0} + \frac{mr\alpha}{\hbar^2} (\cos \varphi \sigma_x + \sin \varphi \sigma_y) \right]^2 - \frac{m\alpha^2}{2\hbar^2} \quad (47)$$

に対しておこなう。  $\Phi/\Phi_0 + (mr\alpha/\hbar^2)(\cos \varphi \sigma_x + \sin \varphi \sigma_y) \equiv er\tilde{A}(\varphi)/\hbar$  の影響を調べたい。

リングを 1 周したときの位相差を求めるには、1 周したときにスピンの向きが元に戻るように選ぶ必要がある。そのために境界条件  $\psi(\varphi + 2\pi) = e^{i\Delta\phi} \psi(\varphi)$  を満たす Hamiltonian (47) の固有状態を求める。2.2 節と同様の考察から

$$\begin{aligned} \psi_+ &= \begin{pmatrix} \cos(\theta_\alpha/2) e^{i(n-1)\varphi} \\ \sin(\theta_\alpha/2) e^{in\varphi} \end{pmatrix} e^{ik\varphi}, \\ \psi_- &= \begin{pmatrix} -\sin(\theta_\alpha/2) e^{in\varphi} \\ \cos(\theta_\alpha/2) e^{i(n+1)\varphi} \end{pmatrix} e^{ik\varphi}, \end{aligned}$$

などとすれば良いことがわかる。ただし  $\tan \theta_\alpha = -2mr\alpha/\hbar^2$  ( $\pi/2 < \theta_\alpha \leq \pi$ ;  $\alpha = 0$  のとき  $\theta_\alpha = \pi$ )。一般に、 $\Phi = 0$ ,  $\alpha = 0$  のときの波動関数を  $\psi^{(0)}(\varphi)$  とすると

$$\psi_{\pm}(\varphi) = e^{iF(\varphi)} \begin{pmatrix} \cos(\theta_\alpha/2) \\ \sin(\theta_\alpha/2) e^{i\varphi} \end{pmatrix} \psi^{(0)}(\varphi) \quad (48)$$

と書くことができる ( $\psi_-$  も同様)。ここで位相の変化を未知の関数  $F(\varphi)$  で表した。

2.1 節の AB 効果の議論と同様に、Hamiltonian (47) の微分演算子の部分を波動関数 (48) に作用させると

$$\left[-i\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{er}{\hbar}\tilde{A}\right]\psi_+(\varphi) = \left[\frac{dF}{d\varphi}\tilde{\psi} - i\frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial\varphi} + \frac{er}{\hbar}\tilde{A}\tilde{\psi}\right]e^{iF}\psi^{(0)} - i\frac{\partial\psi^{(0)}}{\partial\varphi}e^{iF}\tilde{\psi},$$

ここで  $\tilde{\psi} = (\cos(\theta_\alpha/2), \sin(\theta_\alpha/2)e^{i\varphi})^T$  である。したがって

$$\frac{\partial F}{\partial\varphi}\tilde{\psi} = i\frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial\varphi} - \frac{er}{\hbar}\tilde{A}\tilde{\psi}.$$

リングを 1 周したときに電子が得る位相は<sup>24</sup>

$$\begin{aligned}\phi_{AB+AC} &= -\int_0^{2\pi} \frac{dF}{d\varphi}d\varphi \\ &= -\int_0^{2\pi} \langle\tilde{\psi}|i\frac{\partial}{\partial\varphi}|\tilde{\psi}\rangle d\varphi + \frac{er}{\hbar}\int_0^{2\pi} \langle\tilde{\psi}|\tilde{A}|\tilde{\psi}\rangle d\varphi.\end{aligned}\quad (49)$$

この表式は式 (46) の一般化である [18]。2 つの項は直ちに計算できて、それぞれ  $\pi(1 - \cos\theta_\alpha)$ ,  $2\pi[\Phi/\Phi_0 + (mr\alpha/\hbar^2)\sin\theta_\alpha]$ 。まとめると、 $2\pi$  の不定性を除いて

$$\phi_{AB+AC} = 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} \mp \pi\left[1 - \sqrt{\left(\frac{2mr\alpha}{\hbar^2}\right)^2 + 1}\right]$$

が得られる (複号の + は  $\psi_-$  の場合)。

式 (49) の第 1 項は  $\int\langle\tilde{\psi}|id|\tilde{\psi}\rangle$  と書き直せることからわかるように、 $|\tilde{\psi}\rangle$  の幾何学的性質によって決まる「ベリーの位相」である [19]。(狭い意味でのベリーの位相は外部パラメーターの断熱変化に伴って波動関数が獲得する位相である。Aharonov と Anandan は一般の運動での波動関数の位相の変化を考察し、この幾何学的位相とダイナミカルな位相 (式 (49) の第 2 項) から成ることを示した [20]。) この幾何学的位相を Bloch 球を用いて考えよう。

準備として、1 個の電子スピン  $s = 1/2$  (磁気モーメント  $-g\mu_B s$ ) が磁場  $B$  中に置かれた場合を考える。磁場の方向を  $n = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$  とすると、ゼーマン効果の Hamiltonian は

$$H = g\mu_B s \cdot B = \frac{E_Z}{2} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta e^{-i\varphi} \\ \sin\theta e^{i\varphi} & -\cos\theta \end{pmatrix},$$

途中  $E_Z = g\mu_B B$  とおいた。固有エネルギー  $E_Z/2$  の固有状態 ( $n$  方向のスピンアップ状態) は

$$\psi = \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) \\ \sin(\theta/2)e^{i\varphi} \end{pmatrix}.$$

$\psi$  と  $n$  は 1 対 1 に対応するので、単位球上の 1 点  $n$  で  $\psi$  を表すことができる。これが Bloch 球である (第 17 図)。

波動関数  $|\tilde{\psi}\rangle$  は、Bloch 球では  $\theta = \theta_\alpha$  の円錐を  $\varphi$  とともに描く。その立体角を  $1/2$  倍したものがベリーの位相  $\pi(1 - \cos\theta_\alpha)$  に相当する。この物理的な意味は何であろうか。電子が半径  $r$  のリングを運動するとき、スピン軌道相互作用によって電子が感じる有効磁場は  $B_{\text{eff}} \propto \mathbf{p} \times \hat{z}$ 。その向きはリングの平面内、中心から放射状である。スピン軌道相互作用が十分大きいとき ( $mr\alpha/\hbar^2 \gg 1$ )、電子スピンはこの磁場の方向を向くように断熱的に変化し ( $\theta_\alpha \approx \pi/2$ )、ベリーの位相は  $\pi$  となる<sup>25</sup>。普通はスピン軌道相互作用はそれほど強くなく、電子の運動は断熱的でない。 $\theta_\alpha \neq \pi/2$  が実現している。

<sup>24</sup>2.1 節の議論に合わせて  $\phi_{AB+AC} \equiv F(0) - F(2\pi)$  と定義した。電子の電荷が負のため、リングを通常と反対方向に回るときに AB 位相 (46) が得られる。

<sup>25</sup>ご存知のように、磁場の向きを断熱的に  $360^\circ$  回転させるとき、スピン  $1/2$  の波動関数は  $e^{i\pi} = -1$  倍される。

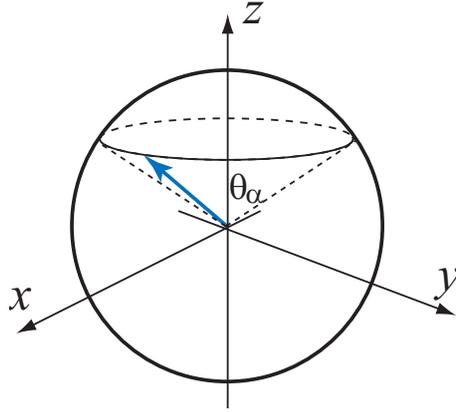


図 17: 波動関数  $\tilde{\psi} = (\cos(\theta_\alpha/2), \sin(\theta_\alpha/2)e^{i\varphi})^T$  の Bloch 球での表現。 $\tilde{\psi}$  に単位ベクトル  $n = (\sin \theta_\alpha \cos \varphi, \sin \theta_\alpha \sin \varphi, \cos \theta_\alpha)$  を対応させる。電子がリング上を 1 周するとき、 $\tilde{\psi}$  は円錐を描く。その立体角  $2\pi(1 - \cos \theta_\alpha)$  の半分が幾何学的位相である。図では  $0 < \theta_\alpha < \pi/2$  になっているが、実際は  $\pi/2 < \theta_\alpha \leq \pi$  であることに注意されたい。

## 参考文献

- [1] A. A. Kiselev and K. W. Kim: Appl. Phys. Lett. **78** (2001) 775.
- [2] T. P. Pareek: Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 76601.
- [3] T. Koga, J. Nitta, H. Takayanagi and S. Datta: Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 126601.
- [4] Y. Středa and P. Šeba: Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 256601.
- [5] J. Ohe, M. Yamamoto, T. Ohtsuki and J. Nitta: Phys. Rev. B **72** (2005) 041308(R).
- [6] J. J. Sakurai: 「現代の量子力学」(吉岡書店、1989), 第 1 章.
- [7] M. Eto, T. Hayashi and Y. Kurotani: J. Phys. Soc. Jpn. **74** (2005) 1934.
- [8] 江藤幹雄: 固体物理 **40** (2005) 955.
- [9] 勝本信吾: 「メゾスコピック系」(朝倉書店、2003).
- [10] T. Kita, T. Takegawa, M. Akabori and S. Yamada: Physica E **22** (2004) 464.
- [11] I. Žutić, J. Fabian and S. Das Sarma: Rev. Mod. Phys. **76** (2004) 323.
- [12] J.-N. Chazalviel: Phys. Rev. B **11** (1975) 1555.
- [13] H. Engel, B. I. Halperin and E. I. Rashba: Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 166605.
- [14] B. A. Bernevig, J. Orenstein and S.-C. Zhang: Phys. Rev. Lett. **97** (2006) 236601.
- [15] M. Ohno and K. Yoh: Phys. Rev. B **75** (2007) 241308(R).
- [16] M. Ohno and K. Yoh: Phys. Rev. B **77** (2008) 045323.
- [17] S. Amasha, K. MacLean, I. P. Radu, D. M. Zumbühl, M. A. Kastner, M. P. Hanson and A. C. Gossard: Phys. Rev. Lett. **100** (2008) 046803.

- [18] T. Z. Qian and Z. B. Su: Phys. Rev. Lett. **72** (1994) 2311.
- [19] 永長直人: 固体物理 **42** (2007) 1.
- [20] Y. Aharonov and J. Anandan: Phys. Rev. Lett. **58** (1987) 1593.