P-12

Exact Analysis of One-Dimensional δ-function Bose gases

神中俊明[1], 二国徹郎 [1]
[1] 東京理科大学 理学研究科 物理学専攻
E-mail address: j1210703@ed.tus.ac.jp

[キーワード] δ-Function Bose gas, Bethe ansatz method, One-dimensional integrable systems

Bethe 仮設法を用いた一次元 δ 関数型相互作用量子気体の厳密な解析における代表的な問題として一次元 δ 関数型斥力相互作用 Bose 気体を挙げる。Hamiltonian は

$$H = -\sum_{j=1}^{N} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} + c \sum_{i,j} \delta(x_i - x_j) \qquad c > 0$$

で表される。Lieb-Liniger は Bethe 仮設法を用い、この模型の $T = 0$K における熱力学的極限が、擬運動量の分布関数についての積分方程式 (Lieb-Liniger 積分方程式)

$$1 + 2\lambda \int_{-1}^{1} \frac{g(x)dx}{\lambda^2 + (x-y)^2} = 2\pi g(y)$$

で記述される事を示した (1963 年)。Lieb-Liniger 積分方程式の解は数値的に評価することができ非常に有名である。一方、解析的にどのように解くかという研究はあまり行われてきていない。特に弱い相互作用の場合は難問として知られ、2002 年に初めて系統的な展開方法が得られた。その方法は、積分方程式の解が $x = 0$ の周りで級数展開可能であるという仮定のもとに、方程式の全てをベキ級数の形に展開して x の係数間の代数方程式に帰着させ、それを λ の次数毎に解くという手法である [1]。我々はこの手法を用いて、Bogoliubov 摂動論では導出できない高次項に注目して解析した。高次項は過去にも独立した方法によって導出が試みられたが、特別な仮定無しには係数の決定に任意性が生じるなど問題が指摘されていた [2]。我々の解析においても、高次項には特殊な計算過程が現れた [3]。本発表ではこの特殊な過程を詳細に示し、その解釈について述べる。

[1] M. Wadati, J. Phys. Soc. Jpn. **71** 2657 (2002).
[2] V. N. Popov, Theor.Math. Phys. **30**, 222-6 (1977).
[3] T.Kaminaka and M. Wadati, Phys.lett. A. **375** 2460 (2011).